ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
(PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION)

p-ISSN: 2413-1571, e-ISSN: 2413-158X **2026, 41(3)**, **https://doi.org/10.31110/fmo2026.v41i3-06**

КАСКАДНІ ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ

Василь ШВЕЦЬ
Український державний університет імені Михайла Драгоманова, Україна
v.o.shvets@udu.edu.ua
https://orcid.org/0000-0003-2084-1336

Алла ПРУС ✉
Житомирський державний університет імені Івана Франка, Україна
pruswork@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-8869-2544

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. *У державних нормативних документах — Новій українській школі (2016), Державному стандарті базової середньої освіти (2020), Державному стандарті профільної середньої освіти (2024) — зазначається, що обов'язковими результатами навчання здобувачів освіти мають бути ключові компетентності. Зрозуміло, що вони мають формуватись під час вивчення всіх навчальних дисциплін у міру можливостей їх змісту і мети навчання. Сказане в повній мірі стосується і шкільного курсу математики (надалі коротко ШКМ). Він має великий потенціал щодо безпосереднього та опосередкованого формування багатьох з вказаних компетентностей: якщо обирати методи навчання, то насамперед, метод доцільних задач, метод проєктів, метод навчання через розв'язування задач; якщо обирати засоби, то це, переважно, системи сучасних прикладних задач, дослідницькі проєкти; якщо обирати форми навчання, то це бінарні чи інтегровані уроки, практичні чи лабораторні роботи тощо. Головним засобом, на наш погляд, є система прикладних задач і їх розв'язування. Шкільний курс математики має значний потенціал щодо їх формування, зокрема через використання системи сучасних прикладних задач. Дана стаття присвячена каскадним прикладним задачам з математики та підходам до їх використання у навчанні учнів базової середньої та профільної середньої шкіл.*

Матеріали і методи. *Під час підготовки статті використано теоретичні методи дослідження: аналіз нормативних документів, довідкової та навчальної літератури з теорії та методики навчання математики; синтез, порівняння та узагальнення отриманих відомостей.*

Результати. *У статті представлено та обґрунтовано поняття каскадних прикладних задач з математики, запропоновано зразки таких задач із детальними розв'язаннями та методичними коментарями.*

Висновки. *Каскадні прикладні задачі з математики є перспективним засобом формування ключових компетентностей здобувачів освіти під час навчання шкільного курсу математики. Їх розв'язування може сприяти розвитку як математичних, так і інших ключових компетентностей, передбачених стандартами освіти. Перспективою подальших досліджень є експериментальна перевірка ефективності використання каскадних прикладних задач у реальній шкільній практиці.*

CASCADE APPLIED PROBLEMS IN MATHEMATICS AS A MEANS OF DEVELOPING KEY COMPETENCIES OF STUDENTS

Vasyl SHVETS
Dragomanov Ukrainian State University, Ukraine
v.o.shvets@udu.edu.ua
https://orcid.org/0000-0003-2084-1336

Alla PRUS ✉
Zhytomyr Ivan Franko State University, Ukraine
pruswork@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-8869-2544

ABSTRACT

Problem statement. *Contemporary educational reforms in Ukraine emphasize the development of key competencies as mandatory learning outcomes at all levels of secondary education. State regulatory documents — the New Ukrainian School (2016), the State Standard of Basic Secondary Education (2020), and the State Standard of Profile Secondary Education (2024) — identify a broad spectrum of competencies that students are expected to acquire, including mathematical, civic, environmental, entrepreneurial, and digital competencies, among others. The school mathematics course has significant potential for integrated development, particularly through purposefully designed systems of applied problems that embed mathematical content in authentic real-world contexts. However, existing mathematics textbooks rarely include problems of this kind, creating a clear methodological gap between normative expectations and classroom practice. This article addresses that gap by focusing on a specific type of applied problem — the cascade applied problem — and on approaches to its effective use in teaching students at the basic and profile secondary education levels.*

Materials and methods. *The study employs theoretical research methods: analysis of regulatory documents; reference and educational literature on the theory and methodology of mathematics teaching; and synthesis, comparison, and generalization of the findings. The theoretical foundations of the study draw on international research in mathematical modeling and competency-based education.*

Results. *The article introduces and substantiates the concept of applied problems in mathematics as a cascade, an original didactic construct. A cascade-applied problem is defined as a problem that combines an authentic real-world context with a cascade of interrelated requirements of increasing complexity, mandatory interdisciplinary connections, a discussion question requiring reasoned judgment, and a purposeful orientation towards specific key competencies. The article proposes four sample cascade problems with detailed solutions, methodological commentary, and analysis of the competencies developed through each problem.*

Conclusions. *Cascade applied problems in mathematics represent a promising means of developing students' key competencies in the school mathematics course. Their cascade structure naturally provides for differentiation, enabling students of varying levels of preparation to engage meaningfully with the same problem. Solving such problems may contribute to the development of both mathematical and other key competencies stipulated by educational standards. A perspective for further research is the experimental verification of the effectiveness of cascade applied problems in real school practice, including an investigation of their impact on students' mathematical literacy across different age groups.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: *ключові компетентності; система прикладних задач з математики; методика розв'язування прикладних задач; зразки розв'язань; каскадна прикладна задача.*

KEYWORDS: *key competencies; system of applied mathematics problems; methodology of solving applied problems; sample solutions; cascade applied problem.*

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Швець В., Прус А. Каскадні прикладні задачі з математики як засіб формування ключових компетентностей учнів. *Фізико-математична освіта*, 2026. Том 41. № 3. С. 45-54. https://doi.org/10.31110/fmo2026.v41i3-06.

FOR CITATION: Shvets, V., & Prus, A. (2026). Cascade applied problems in mathematics as a means of developing key competencies of students. *Physical and Mathematical Education*, *41*(3), 45-54. https://doi.org/10.31110/fmo2026.v41i3-06.

ВСТУП

Постановка проблеми. Формування ключових компетентностей в учнів базової середньої та профільної середньої шкіл проблема нова, важлива і потребує немалих зусиль для її вирішення та досліджень. Вона вирізняється серед інших тим, що над її розв'язанням мають працювати всі вчителі-предметники. «Дитина одна, а няньок багато!» Тому кожен педагог має чітко визначитися з методами, засобами та організаційними формами навчання, щоб зробити власний посильний внесок у досягнення запланованих спільних результатів під час вивчення відповідної навчальної дисципліни. Звісно, такі ж завдання має вирішувати і вчитель математики. У своїх статтях (Швець & Першина, 2022; Швець & Прус, 2026) ми вже вели мову про формування ключових компетентностей під час навчання учнів базової середньої і профільної середньої шкіл. Зокрема, нами рекомендувалися: *із методів* – метод доцільних задач, метод навчання через розв'язування практичних і прикладних задач, метод математичного моделювання, метод проєктів; *із засобів* – системи прикладних задач, навчальні проєкти, практичні (лабораторні) роботи; *із форм навчання* – інтегровані і бінарні уроки, практичні роботи тощо. Одним із фундаментальних, на наш погляд, засобів формування ключових компетентностей під час навчання математики є система сучасних прикладних задач, в ході розв'язування яких формуються безпосередньо математичні компетентності (процедурна, графічна, обчислювальна та інші) і опосередковано (у фоновому режимі) інші ключові компетентності, які передбачені державними стандартами (МОН України, 2020; 2024). Створення систем сучасних прикладних задач – надзвичайно важливе завдання. Але цього замало. У даній статті обґрунтовується потенціал каскадних прикладних задач з математики як засобу формування ключових компетентностей та демонструються підходи до їх використання.

Проблема використання прикладних задач та математичного моделювання у шкільному навчанні активно досліджується у світовій науковій спільноті. Зокрема, емпірично доведено, що контекстна близькість задачі до реального досвіду учня суттєво впливає на успішність її розв'язання (Leiss et al., 2024). Дослідники підкреслюють, що математичне моделювання у реальному контексті є каталізатором розвитку ключових компетентностей учнів – критичного мислення, співпраці, комунікації та творчості (Suh et al., 2021). Водночас встановлено, що математичне моделювання та розвиток критичного й логічного мислення є взаємопов'язаними процесами, а вчителю відводиться провідна роль у цілеспрямованому формуванні відповідних компетентностей (Dinçer Aksoy et al., 2025). Учні, які звикли до алгоритмічних задач із єдиною відповіддю, відчувають труднощі при переході до відкритих прикладних задач, що вимагають самостійних припущень та інтерпретації результатів (Lien & Nordskog, 2025). Це підкреслює необхідність цілеспрямованої роботи вчителя математики із системою прикладних задач, зокрема таких, що охоплюють увесь цикл математичного моделювання (Borromeo Ferri & Greefrath, 2026).

Мета статті. Обґрунтувати потенціал каскадних прикладних задач з математики як засобу формування ключових компетентностей учнів базової середньої та профільної середньої шкіл і продемонструвати підходи до їх використання на конкретних зразках.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Математичне моделювання як процес перекладу реальної ситуації мовою математики і повернення математичних результатів у реальний контекст є одним із центральних об'єктів дослідження в сучасній дидактиці математики (Blum & Borromeo Ferri, 2009). За останні п'ятдесят років у цій галузі сформувалася розвинена дослідницька традиція, що охоплює питання типології задач, компетентностей моделювання та умов ефективного навчання (Frejd & Vos, 2023).

У дидактичній літературі задачі, пов'язані з реальним контекстом, позначаються різними термінами: *word problems, applied problems, modelling tasks, reality-based tasks*. Незважаючи на відмінності у визначеннях, дослідники виділяють спільні характеристики якісної прикладної задачі: автентичний реальний контекст, відкритість умови, можливість кількох шляхів розв'язання та необхідність проходження повного або часткового циклу математичного моделювання (Borromeo Ferri, 2018). Компетентності, що формуються в ході роботи з такими задачами, охоплюють не лише суто математичні вміння, а й здатність спрощувати ситуацію, формулювати припущення, інтерпретувати та перевіряти результати (Maaß, 2006). Водночас аналіз існуючих класифікацій прикладних задач показує, що жодна з них не описує специфічний тип задачі, в якому реальний контекст поєднується з каскадом взаємопов'язаних вимог наростаючої складності, обов'язковими міжпредметними зв'язками, дискусійним питанням і цілеспрямованістю на конкретні компетентності. Саме такий тип задач є предметом розгляду в цій статті.

З метою термінологічної точності пропонуємо авторський конструкт — *каскадна прикладна задача з математики*. Під каскадною прикладною задачею розуміємо задачу, що відповідає таким характеристикам:

1) умова описує реальну або реалістичну ситуацію з достатнім рівнем автентичності та практичної значущості для учнів;

2) задача містить каскад взаємопов'язаних вимог наростаючої складності, де кожна наступна вимога логічно спирається на результат або контекст попередньої — від відтворювальних до дослідницьких;

3) задача обов’язково демонструє міжпредметні зв’язки: її розв’язання потребує залучення знань з різних галузей — природничих, соціальних, економічних чи технологічних;

4) задача містить дискусійне питання, яке не має єдиної математично правильної відповіді і вимагає від учня аргументованої позиції, критичного осмислення ситуації та вміння обґрунтовувати власні судження;

5) задача проєктується цілеспрямовано — під конкретні ключові компетентності, які вчитель планує формувати на відповідному етапі навчання;

6) каскадна структура природно забезпечує диференціацію: учні з різним рівнем підготовки можуть виконати різну кількість вимог, не порушуючи цілісності роботи з задачею.

Зазначені характеристики відрізняють каскадні прикладні задачі від стандартних текстових задач шкільного підручника, які зазвичай мають одну закриту вимогу і не передбачають повного циклу моделювання. Від задач на моделювання у вузькому розумінні вони відрізняються обов’язковою міжпредметністю, наявністю дискусійного питання та свідомою цілеспрямованістю на формування конкретних компетентностей. Саме поєднання цих ознак робить каскадну прикладну задачу самостійним дидактичним конструктом, а не лише різновидом відомих типів задач.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичні: аналіз нормативних документів, довідкової та навчальної літератури з теорії та методики навчання математики; синтез, порівняння та узагальнення отриманих відомостей.

ВИКЛАД ОСНОВНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Прикладні задачі з математики, як засіб формування ключових компетентностей, можна застосовувати з різною метою: *як доцільні* – для формування нових математичних знань (понять, тверджень, алгоритмів, способів діяльності тощо); *як дослідницькі* – для формування вмінь та навичок математичного моделювання (в міру сформованості теоретичних і практичних математичних вмінь і навичок); *як пізнавальні* – для опосередкованого формування знань про навколишню дійсність. Методика використання прикладних задач як доцільних у навчанні математики (метод доцільних задач) давно розроблена в теорії та методиці навчання математики. Ми пропонуємо дотримуватися її на початку вивчення програмної теми (на мотиваційному етапі) (див. Швець & Прус, 2025). Зупинимося детальніше на розв’язуванні сучасних прикладних задач, які слід використовувати на завершальному етапі вивчення теми (практико-застосовному етапі). Такі задачі ми називаємо прикладними задачами каскадного типу, каскад вимог в яких і націлений на формування ключових компетентностей в учнів.

ЗАДАЧА 1. *На дачній ділянці, біля огорожі, росте кропива дводомна з чотиригранним стеблем. Відомо, що із стебел цієї рослини можна виготовляти або органічне добриво, або мотузки чи міцну тканину, з якої наші пращури шили мішки (вони їх називали «кропив’яними»). А з листя готувати лікарські засоби. Чотиригранна форма стебла відіграє важливу роль. Уявіть що середня довжина стебла 120 см, а довжина сторони квадрата в перерізі 0,8 см.*

Завдання:

1) обчисліть об’єм стебла кропиви дводомної з такими даними;

2) знайдіть яким був би радіус круга поперечного перерізу такого стебла з тим самим об’ємом;

3) з’ясуйте що сталося б із стеблом, якби воно мало циліндричну форму? Яку важливу функцію відіграє чотиригранна форма. Чому природа «обрала» чотиригранну форму?

4) господар дачі зрізав стебла кропиви і отримав 10 кг зеленої маси, згодом він вирішив насушити листя і використати як лікарську траву. Скільки аптечних упаковок замінить його заготовка, якщо листя становить $\approx 30\,\%$ зеленої маси?

5) скільки органічного добрива зможе отримати власник дачної ділянки, якщо заготовить 50 кг зеленої маси кропиви дводомної?

Розв’язання

Методичний коментар. Перш ніж виконувати вимоги задачі рекомендуємо розповісти учням що це за рослина «Кропива дводомна». Розповідь буде ефектною, якщо супроводжуватиметься гарною презентацією.

Короткий зміст такого повідомлення подано нижче.

«Кропива дводомна»

Як виглядає? Багаторічна трав’яниста рослина 30-150 см заввишки. Кореневище її з підземними галузистими пагонами; рослина росте групами. Стебло тупочотиригранне, усіяне, як і листки, волосками, що жалять. У стінках волосків міститься кремній, вони легко ламаються, гострими кінцями ранять шкіру і в ранку зі зламаного волоска потрапляють мурашина кислота і гістамін. Листки яйцевидно-ланцетні або ланцетні, шорстковолохаті, при основі серцевидні, по краях великозубчасті, супротивні, довгочерешкові. Квіти дводомні, дрібні, зелені, зібрані пучками в гіллясті колосовидні суцвіття, жіночі — звислі, чоловічі — прямостоячі. Плід — горішок. Цвіте з червня до осені.

Рис. 1. Кропива дводомна

Де росте? По всій території України: по засмічених місцях, в городах, у садах, попід тинами, в малині. *Що й коли збирають, як лікарську траву*? Молоді пагони й листки навесні і під час цвітіння, корені і насіння восени. *Коли застосовують*? Для збільшення виділення молока у жінок, що годують дитину, також для збільшення кількості гемоглобіну і червонокрівців у крові, піднесення загального тонусу організму; при авітамінозах *C* і *K* з молодих листків кропиви приготовляють вітамінозні борщі, кашки (вітаміни, мінеральні солі, 5 % хлорофілу, залізо). Застосовують як сечогінний засіб при ниркових захворюваннях та в інших випадках. Використовують у вигляді чаю. Більше відомостей про кропиву дводомну можна дізнатися в Інтернеті.

Виконання завдань

Завдання 1. *Якщо ідеалізувати стебло кропиви (без суцвіття), то його можна сприймати як правильну чотирикутну призму, зі стороною основи* $a \approx 0{,}8$ см, *висотою* $h \approx 120$ см. *Тобто об'єм такої призми обчислюємо за формулою* $V = a^2 \cdot h$. *Отже,* $V = (0{,}8)^2 \cdot 120 = 0{,}64 \cdot 120 = 6{,}4 \cdot 12 \approx 76{,}8$ (см^3). *З таким об'ємом стеблинка матиме певну масу m.*

Завдання 2. *Якби стебло кропиви мало циліндричну форму, то в поперечному перерізі був би круг радіуса r. При тому ж об'ємі* V *маса стебла була б також m. Знайдемо радіус круга r. Для стебла циліндричної форми об'єм* $V = \pi r^2 \cdot h$. *Отримуємо рівняння* $\pi r^2 \cdot 120 = 76{,}8$ (см^3).

Звідки $r^2 = \frac{76{,}8}{\pi \cdot 120}$, $r \approx \sqrt{\frac{76{,}8}{3{,}14 \cdot 120}}$ (*обчислення виконуємо за допомогою калькулятора методом підрахунку цифр*). *Отримуємо:* $r \approx 0{,}45$ (см).

Завдання 3. *Багаторічні спостереження показують що такі стебла трав'яних культур циліндричної форми або ламаються під власною вагою чи під впливом погодних умов (дощ, град, вітер …), або вилягають і втрачають здатність розмножуватись. Завдяки приземленій формі стебла кропива не ламається, не вилягає і не гине. У чому причина? Відповідь на це запитання знаходимо в технології виготовлення будівельних конструкцій. Для деталей конструкцій існує таке поняття як* ***ребро жорсткості****. Ребро жорсткості – це елемент конструкції, що забезпечує її міцність і стійкість. Воно, зазвичай, розташоване вертикально і приймає на себе головне навантаження. Ребра жорсткості видимі на лицьовій поверхні деталі як кути об'ємного елементу. Вони допомагають утримувати деталі від деформації (згинання, ламання, провисання, скручування). Найпростіший спосіб їх виготовлення – виготовити конструкцію з декільками гранями.* П *– подібний металевий профіль (див. рис. 2 е)) набагато краще протистоїть деформації в порівнянні з плоскою деталлю тієї ж довжини і маси, а виріб з квадратним перерізом (див. рис. 2д)) перевищує по жорсткості (стійкості)* П *– подібний. Тому елементи конструкцій роблять з куточка, швелера, двутавра, труби, бруса і т.п. (див. рис. 2).*

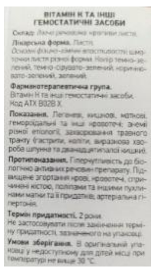
а) Куточок **б) Тавр** **в) Двутавр** **г) Труба** **д) Брус** **е) Швелер**

Рис. 2. Конструктивні деталі

Із сказаного вище слідує, що кропива стійка до деформацій саме тому, що має чотири ребра жорсткості, здатна переносити різні природні навантаження на стебло.

Завдання 4. *Заінтригований аптечною упаковкою листя кропиви (рис. 3) господар вирішив самостійно заготовити для себе ліки.*

а) упаковка



б) відомості про ліки

Рис. 3. Аптечна упаковка листя кропиви

Із записів на упаковці дізнаємось, що маса листя в ній при 12 % вологості дорівнює ≈ 50 г. Отже, сухої речовини в упаковці буде 88 %. Знаходимо масу сухої речовини *m* (відома дія на знаходження процента від числа) $m \approx 50 \cdot 0{,}88 = 44$ г.

Із Інтернету дізнаємось, що з 50 кг зеленої маси отримують від 5 кг до 10 кг сухої речовини. Ідеалізуємо ситуацію. Нехай в результаті сушіння отримують 6кг сухої речовини. Тоді можемо знайти скільки кг сухого листя отримає господар з 10 кг зелених.

Позначимо масу отриманого сухого листя через *m*, маємо пропорцію: $\frac{50}{6} = \frac{10}{m}$. Звідки $m \approx \frac{10 \cdot 6}{50} = 1{,}2$ (кг).

Знаючи, що в одній аптечній упаковці листя кропиви міститься ≈ 44 г сухої речовини, знаходимо скільки упаковок зміг би виготовити господар самостійно із висушеного листя. Їх кількість $n \approx \frac{1{,}2 \text{ кг}}{44 \text{ г}} = \frac{1200}{44} = \frac{300}{11} \approx 27$ (упак) (обчислення здійснюємо за правилом підрахунку цифр, кінцевий результат заокруглюємо з недостачею з точністю до одиниці). Отже, кількість упаковок приблизно дорівнює 27 шт. При вартості 1 упаковки 54 грн господар зекономить на ліках чималу суму $S = 54 \cdot 27 = 1\,458$ грн (ось чому ПрАТ «Ліктрави», Житомирської області і займається заготовленням лікарських трав).

Завдання 5. *Після розв'язання завдань 1-4, учням слід запропонувати завдання 5 розв'язати самостійно. Для цього вони мають скористатись відомостями з Інтернету. Під час виконання дізнаються: як готувати органічне добриво з кропиви дводомної (рецепт); як застосовувати таке добриво на присадибній ділянці. Учнівські розв'язання (з презентаціями) рекомендуємо обговорити на наступному уроці (заслухати доповіді учнів) і оцінити отримані результати.*

Методичний коментар. Розв'язуючи задачу з учнями рекомендуємо вчителю супроводжувати хід розв'язання коментарями, в яких розповідати ненав'язливо про лікарські рослини, їх цінність і масові заготовки, про можливість організації власного бізнесу. Пояснювати учням роль геометричних форм у виготовленні стійких до деформації деталей металевих чи дерев'яних конструкцій тощо. Розповідь буде вражаючою для учнів, якщо супроводжувати її цікавим флеш-роликами чи комп'ютерними презентаціями.

ЗАДАЧА 2. *Приватний підприємець Тарасюк, щоб забезпечити сім'ю свіжими овочами, в минулому році придбав теплицю, під плівкою, яку поставив на присадибній ділянці (рис. 4) Розміри теплиці вказані на рисунку. Через рік виникла потреба плівку замінити на нову.*

Завдання:

1) обчисліть площу поверхні теплиці;

2) розглядаючи в Інтернеті різні пропозиції для придбання плівки, Тарасюк зупинився на двох видах:

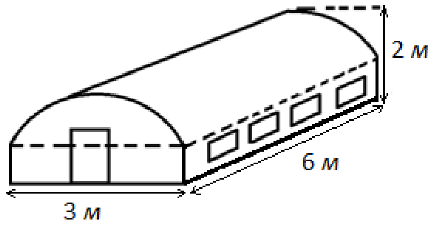


Рис. 4. Теплиця під плівкою

а) вид PROF (знижка під час продажу 50 %), розміри 1 рулону 4×10 м, ціна 790 грн (термін придатності до 3 років);
б) вид STANDART (знижка під час продажу 50 %), розміри 1 рулону 6×8 м, ціна 599 грн (термін придатності до 2 років);

3) скільки рулонів плівки потрібно придбати підприємцю, якщо він зупинить свій вибір на плівці виду PROF?

4) скільки рулонів плівки потрібно придбати підприємцю, якщо він зупинить свій вибір на плівці виду STANDART? Який з двох виборів буде дешевшим?

Розв'язання

Виконання завдань

Завдання 1. *Легко бачити що поверхню теплиці складають половина повної поверхні циліндра з радіусом основи $r = 1{,}5$ м, висотою $l = 6$ м і бічна поверхні прямокутного паралелепіпеда з розмірами* $3 \times 6 \times 0{,}5$ м. Половину повної поверхні циліндра обчислюємо за формулою $S_1 = \frac{1}{2}(S_{\text{біч}} + 2S_{\text{основи}}) = \frac{1}{2}(2\pi r \cdot l + 2\pi r^2) = \pi r \cdot l + \pi r^2$, де $r = 1{,}5$ м, $l = 6$ *м.*

Отже, $S_1 = \pi \cdot 1{,}5 \cdot 6 + \pi \cdot 1{,}5^2 = \pi(9 + 2{,}25) \approx 3{,}14 \cdot 11{,}25$ (м^2), $S_1 \approx 35{,}3$ (м^2).

Бічну поверхню прямокутного паралелепіпеда обчислюємо за відомою формулою:

$$S_2 = p \cdot h = 2(3 + 6) \cdot 0{,}5 = 18 \cdot 0{,}5 = 9 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Тоді площа поверхні теплиці дорівнює: $S_3 = S_1 + S_2 \approx 35{,}3 + 9 = 44{,}3$ (м^2).

Відповідь: $44{,}3$ (м^2)

Завдання 2. *Перекривати теплицю можна по різному. Щоб менше було швів, припустимо, що господар спочатку перекриває верхню частину теплиці і бічні стінки, без фасаду і тильної сторони. Отже, йому потрібно знати площу поверхні, яку потрібно перекрити. Цю поверхню, якщо розгорнути, можна розглядати як прямокутник АВСД зі сторонами a і b, де b = 6 м,* $a = \pi r + 0{,}5 \cdot 2 = \pi \cdot 1{,}5 + 1 = 3{,}14 \cdot 1{,}5 + 1 \approx 6{,}6 + 1 = 7{,}6$ (м).

Тоді площа прямокутника буде дорівнювати

$$S = a \cdot b = 7{,}6 \cdot 6{,}2 \approx 47{,}2 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Теплична плівка виду PROF має розміри 4×10 м. Очевидно, що 1 рулона не вистачить. Відрізавши від рулона полосу 6,2 м і ще з 1 рулона полосу 6,2 м, ширина яких 4 м, господар зможе повністю покрити верх та бічні стінки теплиці. З обох рулонів в нього залишаються два шматки плівки розмірами $4 \times 3{,}8$ м.

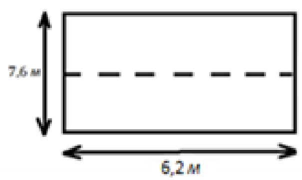


Рис. 5. Розгортка бічної поверхні

Чи вистачить цих два шматки, щоб перекрити вхідну і тильну стінки?

Знайдемо площу поверхні однієї стінки, іншої така ж сама.

Обчислюємо площу вхідної стінки: $S_5 = 3 \cdot 0{,}5 + \frac{1}{2}\pi \cdot (1{,}5)^2 = 1{,}5 + 3{,}14 \cdot 2{,}25 \cdot 0{,}5 \approx 1{,}5 + 3{,}54 = 4{,}4$ (м^2).

Площа залишку від першого рулону дорівнює $S_6 = 4 \cdot 3{,}8 = 15{,}2$ (м^2). Таким чином цього має вистачити щоб покрити обидві стінки, а другий шматок буде як резервний (запасний).

Підсумовуючи отримуємо результат: - на перекриття теплиці плівкою PROF господарю знадобиться 2 рулони;
- при вартості (із знижкою 50 % за 1 рулон) він витратить на купівлю двох рулонів $790 \cdot 2 = 1\,580$ (грн).

Завдання 3-4. *Рекомендуємо запропонувати учням розв'язати самостійно і вибрати свій спосіб покриття. Яке із покриттів виявиться дешевшим? На наступному уроці організувати обговорення учнівських результатів та оцінки їх пропозиції.*

ЗАДАЧА 3. *Шістнадцятирічний Максим займається любительським бігом. Він регулярно тренується у міському парку і стежить за своїм здоров'ям. Лікарі та спортивні тренери рекомендують під час фізичних навантажень випивати 30–40 мл води кожні 10 хвилин активності, аби запобігти зневодненню організму. Для* *тренувань Максим купив спеціальну спортивну пляшку для води. Пляшка має форму циліндра з такими характеристиками: висота h ≈ 22 см, діаметр основи d ≈ 7 см.*

Завдання:

1) обчисліть повний об'єм пляшки для води (у см³ та мл);

2) тренування Максима триває 1 годину 30 хвилин. Скільки мілілітрів води він повинен випити за цей час згідно з медичною нормою? (використайте середнє значення норми);

3) чи вистачить однієї пляшки на все тренування? Якщо ні — скількох пляшок потрібно? Що зручніше: взяти кілька пляшок чи знайти джерело води у парку?

4) перед виходом з дому Максим наповнив пляшку лише на 80 %. Як це впливає на відповідь у завданні 3?

5) за місяць Максим тренується 20 разів. Яку загальну масу води (у кілограмах) він випиває під час тренувань за місяць? За рік?

6) дайте відповідь на запитання: чому вода така важлива під час фізичних навантажень? Що відбувається з організмом при зневодненні на 1–2 %? Як пов'язані об'єм крові людини і вода? (скористайтесь додатковими джерелами).

Розв'язання

Методичний коментар. Вступна бесіда. Рекомендуємо розпочати урок із запитань до класу:

— Хто з вас займається спортом або фітнесом? Чи берете ви з собою воду на тренування?

— Чи замислювалися ви, скільки саме води потрібно випивати під час фізичного навантаження?

— Як ви думаєте, чи можна «випити забагато» води? Чи це безпечно?

Короткий інформаційний блок «Вода і тіло людини». Перед розв'язуванням варто коротко розповісти учням (або запропонувати їм самим підготувати повідомлення):

— Тіло людини на 60–70 % складається з води.

— Кров людини — приблизно на 83 % складається з води.

— При зневодненні всього на 1–2 % знижується концентрація уваги та фізична витривалість.

— При зневодненні на 5 % і більше — виникає небезпека для здоров'я.

— Норма щоденного споживання води для підлітка — близько 1,5–2 л (включаючи їжу).

Задача демонструє міжпредметні зв'язки: математика — стереометрія (циліндр), алгебра (відсотки, одиниці вимірювання величин); біологія — фізіологія людини, водний баланс організму; фізична культура — норми гідратації під час тренувань; основи здоров'я — профілактика зневоднення.

Завдання 3 і 4 є дискусійними — заохочуйте учнів висловлювати власні міркування та порівнювати відповіді.

Виконання завдань

Завдання 1. Пляшка має форму циліндра з діаметром *d* = 7 см і висотою *h* = 22 см.

Радіус основи: $r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2}$ = 3,5 (см).

Об'єм циліндра: $V = \pi r^2 h = 3{,}14 \cdot (3{,}5)^2 \cdot 22 = 3{,}14 \cdot 12{,}25 \cdot 22 = 846{,}23(\text{см}^3)$ ≈ 846 (мл).

Оскільки 1 см³ = 1 мл, об'єм пляшки становить приблизно 846 мл ≈ 0,85 л.

Відповідь: об'єм пляшки — приблизно 846 мл (≈ 0,85 л).

Завдання 2. Тривалість тренування: 1 год 30 хв = 90 хв. Норма: 30–40 мл кожні 10 хв. Середнє значення: 35 мл на 10 хв. Кількість «порцій» по 10 хвилин: $\frac{90}{9} = 9$ (порцій). Норма на 9 порцій: 9 · 35 = 315 мл. Перевірка за граничними значеннями: мінімум — 9 · 30 = 270 мл; максимум — 9 · 40 = 360 мл.

Відповідь: за нормою Максим повинен випити від 270 до 360 мл води; у середньому — 315 мл.

Завдання 3. Об'єм пляшки (повної): 846 мл. Потрібно: максимум 360 мл. 846 мл > 360 мл. Однієї повної пляшки цілком вистачить — навіть залишиться більше половини.

З практичної точки зору: якщо поруч є джерело питної води (кіоск, фонтанчик з питною водою) — зручніше взяти одну пляшку і за потреби наповнити знову. Якщо ні — краще мати повну пляшку про запас.

Відповідь: однієї повної пляшки (846 мл) цілком вистачить на тренування (потрібно лише 270–360 мл).

Завдання 4. Фактичний об'єм води у пляшці: $V_{\text{фактичне}} = 846 \cdot 0{,}8 = 676{,}8 \approx 677$ мл.

Порівнюємо з потребою: 677 мл > 360 мл. Навіть наповнена на 80 % пляшка повністю покриває потребу у воді під час тренування.

Відповідь: пляшка на 80 % містить ≈ 677 мл — цього достатньо. Відповідь до завдання 3 не змінюється.

Завдання 5. Вода за одне тренування (середнє значення): 315 мл = 0,315 л = 0,315 кг.

За місяць (20 тренувань): m_міс = 20 · 0,315 = 6,3 (кг)

За рік (12 місяців): m_рік = 6,3 · 12 = 75,6 (кг)

Це понад 75 літрів води — приблизно маса дорослої людини!

Завдання 6. Для самостійного опрацювання. Учням пропонується скористатися підручником з біології або інтернет-ресурсами (наприклад, сайтом МОЗ України) і дати відповіді на такі запитання:

— Який відсоток тіла людини складає вода? Чи однаковий цей показник у дітей і дорослих?

— Що таке зневоднення? Які перші симптоми зневоднення при втраті 1–2 % рідини?

— Як змінюється об'єм крові при зневодненні і чому це небезпечно для серця?

— Яка добова норма споживання рідини для підлітка 14–16 років?

Методичний коментар. Розв'язання завдання 6 рекомендуємо заслухати як короткі усні повідомлення учнів на початку наступного уроку або оформити як міні-есе.

ЗАДАЧА 4. *За даними досліджень, підлітки проводять у TikTok у середньому 2,5 години на день. Уявімо типового старшокласника Данила, який не є винятком. Середня тривалість одного відео в його стрічці — 45 секунд. Данило мріє про власний бізнес і одного дня замислився: а що, якби він витрачав свій «TikTok-час» інакше? або навіть — почав заробляти на цій платформі*?

Завдання:

1) скільки відео переглядає Данило щодня? За тиждень? За рік? Запишіть числа і прокоментуйте: чи вразила вас ця кількість?

2) якби замість перегляду TikTok Данило щодня вчив англійські слова зі швидкістю 20 слів за 10 хвилин — скільки слів міг би вивчити за рік? Словниковий запас освіченого носія мови — близько 20 000 слів. За скільки місяців такого навчання Данило досяг би цього рівня?

3) Данило вирішив вести власний TikTok-акаунт. Платформа виплачує авторам приблизно 0,2 грн за кожен перегляд. Якщо щодня він публікує 1 відео, і кожне набирає 5 000 переглядів — скільки заробить Данило за місяць (30 днів)? За рік?

4) перегляд відео у TikTok у стандартній якості витрачає приблизно 50 МБ на 1 хвилину. Скільки гігабайт трафіку витрачає Данило за місяць на перегляд TikTok? Скільки коштує цей трафік, якщо 1 ГБ мобільного інтернету — 15 грн?

5) Данило вирішив зберігати найкращі відео. Одне відео TikTok займає у середньому 20 МБ. Пам'ять його телефону — 64 ГБ, з яких 40 % вже зайнято. Скільки відео він може зберегти на вільному місці?

6) дайте відповідь: що таке «цифровий детокс» і навіщо він потрібен? Як надмірне використання соцмереж впливає на здатність концентруватися і на сон? Сформулюйте 3 особисті правила відповідального використання соцмереж.

Розв'язання

Методичний коментар. *Вступна провокація.* Запропонуйте учням на 30 секунд задуматися і відповісти на запитання:

—Скільки годин на день ви проводите у соцмережах? (можна перевірити у налаштуваннях телефону — «Екранний час».)

—Чи вважаєте ви цей час витраченим з користю?

—Чи знаєте ви, що деякі підлітки заробляють на TikTok більше, ніж їхні батьки на роботі?

Короткий інформаційний блок «TikTok і цифрове покоління». Рекомендується підготувати коротке повідомлення або презентацію:

—TikTok — одна з найпопулярніших платформ у світі: понад 1,5 млрд активних користувачів.

—Середній підліток витрачає у соцмережах 7–9 годин на добу (разом з усіма платформами).

—Цифрова грамотність — одна з ключових компетентностей XXI ст. за документами ЮНЕСКО.

—«Екранний час» і «цифровий добробут» — поняття, які вже включені у програми здоров'я у багатьох країнах.

Задача охоплює: арифметичні дії з великими числами та одиницями виміру (хвилини, мегабайти, гривні); поняття «альтернативна вартість» з економіки; критичне мислення та медіаграмотність.

Завдання 6 рекомендуємо задати як домашній творчий проєкт або обговорити у форматі «круглого столу».

Виконання завдань

Завдання 1. Щоденний час у TikTok: 2,5 год = 150 хв = 9 000 с.

Тривалість одного відео: 45 с.

Кількість відео на день: $n_{\text{за день}} = \frac{9000}{45} = 200.$

Кількість відео за тиждень: $n_{\text{за тиждень}} = 200 \cdot 7 = 1400.$

Кількість відео за рік (365 днів): $n_{\text{за рік}} = 200 \cdot 365 = 73\,000.$

Для порівняння: 73 000 відео — це приблизно 200 повнометражних фільмів або 36 500 хвилин (понад 25 діб!) безперервного перегляду.

Відповідь: 200 відео на день; 1 400 за тиждень; 73 000 за рік.

Завдання 2. Щоденний «TikTok-час»: 150 хв. Швидкість навчання: 20 слів за 10 хв.

Кількість слів за день: $k_{\text{за день}} = \frac{150}{10} \cdot 20 = 300.$

Кількість слів за рік: $k_{\text{за рік}} = 300 \cdot 365 = 109\,500.$

Рівень освіченого носія мови – це 20 000 слів.

Скільки треба часу, що досягти такий рівень: $\frac{20\,000}{300} = 66{,}7$ (днів) ≈ 2,2 місяця.

Тобто дещо більше ніж за 2 місяці такого навчання щодня Данило міг би досягти словникового запасу носія мови!

Відповідь: 300 слів на день; 109 500 за рік; рівня носія мови можна досягти приблизно за 2,2 місяці.

Завдання 3. Перегляди одного відео: 5 000. Виплата: 0,2 грн/перегляд.

Дохід з одного відео: $d_{1\ \text{відео}} = 5\,000 \cdot 0{,}2 = 1\,000$ (грн).

Дохід за місяць (30 відео): $d_{\text{за місяць}} = 1\,000 \cdot 30 = 30\,000$ (грн).

Дохід за рік (365 відео): $d_{\text{за рік}} = 1\,000 \cdot 365 = 365\,000$ (грн).

Зауваження. Реальний дохід залежить від монетизаційної програми платформи, країни та охоплення аудиторії. Завдання ілюструє математичний принцип масштабування: навіть невеликий дохід з одного відео при постійній публікації дає значний результат.

Відповідь: 30 000 грн/місяць; 365 000 грн/рік (за умов задачі).

Завдання 4. Щоденний перегляд: 2,5 год = 150 хв. Витрати: 50 МБ/хв.
За день: $t_{\text{за день}} = 150 \cdot 50 = 7500$ (МБ) = 7,5 (ГБ).
За місяць (30 днів): $t_{\text{за місяць}} = 7{,}5 \cdot 30 = 225$ (ГБ).
Вартість трафіку: $225 \cdot 15 = 3\,375$ (грн).
Для порівняння: необмежений мобільний інтернет в Україні коштує 150–300 грн/місяць — це вигідніше за потарифний.

Відповідь: 225 ГБ трафіку на місяць; вартість потарифно — 3 375 грн/міс.

Завдання 5. Пам'ять телефону: 64 ГБ. Зайнято: 40 %.
Зайнято: $64 \cdot 0{,}4 = 25{,}6$ (ГБ).
Вільно: $64 - 25{,}6 = 38{,}4$ (ГБ) = 38 400 (МБ).
Розмір одного відео: 20 МБ.
Кількість відео: $\frac{38400}{20} = 1920$ (відео).

Відповідь: на вільне місце можна зберегти 1 920 відео.

Завдання 6. Для самостійного опрацювання та обговорення. Учням пропонується дослідити і дати відповіді на запитання:

— Що таке «цифровий детокс»? Знайдіть у мережі кілька реальних прикладів людей, які спробували відмовитися від соцмереж на тиждень. Які результати вони описують?

— Як надмірне використання соцмереж впливає на концентрацію, пам'ять і якість сну? (знайдіть дані наукових досліджень або статті МОЗ).

— Що таке «алгоритм залученості» у TikTok? Як платформа утримує увагу користувача якомога довше?

Творче завдання: сформулюйте 3 особисті правила відповідального використання соцмереж — такі, яких ви реально могли б дотримуватись. Запишіть їх і поділіться з класом.

Розв'язання завдання 6 рекомендуємо обговорити у форматі «круглого столу» або запропонувати учням підготувати коротку презентацію (3–4 слайди).

ОБГОВОРЕННЯ

Запропонований у статті підхід до використання каскадних прикладних задач з математики узгоджується з провідними тенденціями сучасної міжнародної науково-педагогічної думки. Результати зарубіжних досліджень підтверджують, що задачі з реальним контекстом, які вимагають від учнів самостійного прийняття рішень та інтерпретації результатів, мають значний потенціал для розвитку ключових компетентностей (Suh et al., 2021; Leiss et al., 2024). Каскадна структура задач, описана в цій статті, відповідає принципу поступового ускладнення вимог і дозволяє враховувати різні рівні математичної підготовки учнів, що є важливим чинником організації навчання в умовах реального класу.

Водночас слід зазначити, що описаний підхід має теоретично-методичний характер і потребує подальшої експериментальної перевірки в умовах шкільної практики. Дослідники фіксують, що учні, які звикли до стандартних алгоритмічних задач, нерідко відчувають труднощі при роботі з відкритими прикладними задачами – зокрема на етапі формулювання припущень та інтерпретації математичних результатів у реальному контексті (Lien & Nordskog, 2025). Це свідчить про те, що ефективне впровадження каскадних прикладних задач вимагає не лише наявності якісного дидактичного матеріалу, а й відповідної підготовки вчителя, зокрема розвитку його компетентності у сфері оцінювання розв’язань задач на моделювання (Borromeo Ferri & Greefrath, 2026).

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Каскадні прикладні задачі з математики є особливим типом навчальних задач, що містять умову з реальним контекстом і каскад взаємопов’язаних завдань різного рівня складності. Їх зміст поєднує математичний та компетентнісний складники: перший спрямований на формування математичних компетентностей, другий – на опосередкований розвиток інших ключових компетентностей, передбачених державними стандартами освіти. Каскадна структура дозволяє враховувати різні рівні підготовки учнів і може застосовуватись на завершальному, практико-застосовному етапі вивчення програмної теми.

Такі задачі практично відсутні в чинних підручниках з математики, що свідчить про актуальність їх розробки та включення до навчального процесу. Створення системи каскадних прикладних задач до програмних тем шкільного курсу математики є перспективним, проте трудомістким завданням, що потребує подальших досліджень, зокрема експериментальної перевірки їх ефективності в реальній шкільній практиці.

Перспективами подальших досліджень є експериментальна перевірка ефективності каскадних прикладних задач у реальній шкільній практиці, вивчення впливу таких задач на рівень математичної грамотності учнів різних вікових груп, а також дослідження можливостей використання сучасних цифрових інструментів, зокрема засобів штучного інтелекту, для створення прикладних задач у актуальних реальних контекстах.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

ДЖЕРЕЛА ФІНАНСУВАННЯ

Дослідження виконано за відсутності фінансової підтримки.

ДОСТУПНІСТЬ ДАНИХ

Це дослідження не передбачає використання окремих наборів даних.

ВИКОРИСТАННЯ ЗАСОБІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Під час підготовки цієї роботи автори використовували інструмент штучного інтелекту (Claude, Anthropic) з метою редагування та поліпшення мовного оформлення окремих фрагментів статті. Усі наукові ідеї, висновки та зміст були сформульовані авторами самостійно. Автори несуть повну відповідальність за зміст статті.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. МОН України. (2016). *Нова українська школа: концептуальні засади реформування середньої школи*. https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf
2. МОН України. (2020). *Державний стандарт базової середньої освіти*. Постанова Кабінету Міністрів України № 898 від 30.09.2020. https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti
3. МОН України. (2024). *Державний стандарт профільної середньої освіти*. Постанова Кабінету Міністрів України № 851 від 25.07.2024. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-zatverdzhennia-derzhavnoho-standartu-profilnoi-serednoi-osvity-851-250724
4. Швець, В. О., & Першина, Н. Б. (2022). Формування навичок математичного моделювання під час розв'язування прикладних задач економічного змісту. *Фізико-математична освіта, 33*(1), 57–62. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-010
5. Швець В. О., & Прус, А. О. (2025). Концептуальна модель реалізації практичної спрямованості навчання шкільного курсу математики. *Вісник Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького, 3*, 81–88. https://doi.org/10.31651/2524-2660-2025-3-81-88
6. Швець, В. О., & Прус, А. О. (2026). Система прикладних задач з математики: критерії створення, особливості розв'язування. *Фізико-математична освіта, 41*(1), 37–47. https://doi.org/10.31110/fmo2026.v41i1-06
7. Швець, В. О., & Черненко, А. О. (2024). Формування в учнів базової середньої школи мотивів отримувати знання про фінансово-підприємницьку діяльність під час вивчення алгебри. *Освіта. Інноватика. Практика, 12*(3), 83–92. https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol12i3-012
8. Швець В. О., & Новікова А. О. (2019). Математичне моделювання в курсі алгебри під час розв'язування задач. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 3, 20*, 70–76.
9. Abassian, A., Safi, F., Bush, S., & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning, 12*(1), 53–65. https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360
10. Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45–58.
11. Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9
12. Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2026). Pre-service teachers' assessment competence for grading students' solutions of mathematical modelling problems. *Teaching and Teacher Education, 169*, 105281. https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105281
13. Dinçer Aksoy, B., Kuşkaya Mumcu, F., & Cantürk Günhan, B. (2025). Unveiling the nexus: Computational thinking and mathematical modelling in K-12 education — a teacher-centric exploration. *Thinking Skills and Creativity, 60*, 102049. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.102049
14. Frejd, P., & Vos, P. (2023). The spirit of mathematical modeling – a philosophical study on the occasion of 50 years of mathematical modeling education. *The Mathematics Enthusiast, 21*(1), 269–300.
15. Leiss, D., Ehmke, T., & Heine, L. (2024). Reality-based tasks for competency-based education: The need for an integrated analysis of subject-specific, linguistic, and contextual task features. *Learning and Individual Differences, 114*, 102518. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102518
16. Lien, B., & Nordskog, M. (2025). Challenges and perceptions of mathematical modelling among Norwegian pre-service teachers. *JISTE, 29*(1), 70–83.
17. Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885
18. Suh, J., Matson, K., Seshaiyer, P., Jamieson, S., & Tate, H. (2021). Mathematical modeling as a catalyst for equitable mathematics instruction: Preparing teachers and young learners with 21st century skills. *Mathematics, 9*(2), 162. https://doi.org/10.3390/math9020162

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. MON Ukrainy. (2016). *Nova ukrainska shkola: kontseptualni zasady reformuvannia serednoi shkoly [New Ukrainian School: Conceptual Principles of Secondary School Reform].* https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf (in Ukrainian)
2. MON Ukrainy. (2020). *Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity [State Standard of Basic Secondary Education].* Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy No. 898 vid 30.09.2020. https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti (in Ukrainian)
3. MON Ukrainy. (2024). *Derzhavnyi standart profilnoi serednoi osvity [State Standard of Profile Secondary Education].* Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy No. 851 vid 25.07.2024. https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-zatverdzhennia-derzhavnoho-standartu-profilnoi-serednoi-osvity-851-250724 (in Ukrainian)
4. Shvets, V. O., & Pershyna, N. B. (2022). Formuvannia navychok matematychnoho modeliuvannia pid chas rozviazuvannia prykladnykh zadach ekonomichnoho zmistu [Formation of mathematical modeling skills during solving applied problems of economic content]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education, 33*(1), 57–62. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-010 (in Ukrainian)

5. Shvets, V. O., & Prus, A. O. (2025). Kontseptualna model realizatsii praktychnoi spriamovanosti navchannia shkilnoho kursu matematyky [Conceptual model of implementing the practical orientation of teaching the school mathematics course]. *Visnyk Cherkaskoho natsionalnoho universytetu imeni Bohdana Khmelnytskoho – Bulletin of Bohdan Khmelnytsky Cherkasy National University, 3*, 81–88. https://doi.org/10.31651/2524-2660-2025-3-81-88 (in Ukrainian)
6. Shvets, V. O., & Prus, A. O. (2026). Systema prykladnykh zadach z matematyky: kryterii stvorennia, osoblyvosti rozviazuvannia [System of applied problems in mathematics: criteria for creation, features of solving]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education, 41*(1), 37–47. https://doi.org/10.31110/fmo2026.v41i1-06 (in Ukrainian)
7. Shvets, V. O., & Chernenko, A. O. (2024). Formuvannia v uchniv bazovoi serednoi shkoly motyviv otrymuvaty znannia pro finansovo-pidpryiemnytsku diialnist pid chas vyvchennia alhebry [Formation of motives to acquire knowledge about financial and entrepreneurial activity in basic secondary school students during algebra learning]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice, 12*(3), 83–92. https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol12i3-012 (in Ukrainian)
8. Shvets, V. O., & Novikova, A. O. (2019). Matematychne modeliuvannia v kursi alhebry pid chas rozviazuvannia zadach [Mathematical modelling in the algebra course during problem solving]. *Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova. Seriia 3 – Scientific Journal of M. P. Drahomanov NPU. Series 3, 20*, 70–76. (in Ukrainian)
9. Abassian, A., Safi, F., Bush, S., & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning, 12*(1), 53–65. https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360
10. Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45–58.
11. Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9
12. Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2026). Pre-service teachers' assessment competence for grading students' solutions of mathematical modelling problems. *Teaching and Teacher Education, 169*, 105281. https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105281
13. Dinçer Aksoy, B., Kuşkaya Mumcu, F., & Cantürk Günhan, B. (2025). Unveiling the nexus: Computational thinking and mathematical modelling in K-12 education — a teacher-centric exploration. *Thinking Skills and Creativity, 60*, 102049. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.102049
14. Frejd, P., & Vos, P. (2023). The spirit of mathematical modeling – a philosophical study on the occasion of 50 years of mathematical modeling education. *The Mathematics Enthusiast, 21*(1), 269–300.
15. Leiss, D., Ehmke, T., & Heine, L. (2024). Reality-based tasks for competency-based education: The need for an integrated analysis of subject-specific, linguistic, and contextual task features. *Learning and Individual Differences, 114*, 102518. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102518
16. Lien, B., & Nordskog, M. (2025). Challenges and perceptions of mathematical modelling among Norwegian pre-service teachers. *JISTE, 29*(1), 70–83.
17. Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885
18. Suh, J., Matson, K., Seshaiyer, P., Jamieson, S., & Tate, H. (2021). Mathematical modeling as a catalyst for equitable mathematics instruction: Preparing teachers and young learners with 21st century skills. *Mathematics, 9*(2), 162. https://doi.org/10.3390/math9020162

| Матеріал надійшов до редакції: 06.04.2026 р. | Прийнято до друку: 24.05.2026 р. | Опубліковано: 30.06.2026 р. |